ҒТАМР 53.59.11
ӘОЖ: 621.771

Ж.А.Ашкеев[1], Н.Ж. Аманжолов [1]

[1]*Қарағанды индустриялық университеті, Теміртау қ., Қазақстан*
(E-mail.ru: Jashkeev@mail.ru)

Металдарды қысыммен өңдеу үрдістерінде күш-энергия параметрлерін анықтау үшін шекті айырмашылық әдісін қолдану

Мақалада металдарды қысыммен өңдеу (МҚӨ) үрдістерін әзірлеуде және талап етілетін жабдықтарды таңдауда деформацияланатын дененің түйіскен бетінде нормальді кернеулердің таралуын анықтау және талап етілетін жабдықтарды таңдау үшін шекті айырмашылық әдісі қолдануы қарастырылды. Отырғызу үрдісі кезінде нормальді кернеулердің таралуын анықтауда дифференциалдық тепе-теңдік теңдеулерімен және пластикалық шартың біріктіріп жуықтап шешу әдісімен қоса шекті айырмашылық әдісі (ШАӘ) қолданды. Шекті айырмашылық әдісі арқылы дифференциалдық теңдеулерінің шешімін алғанда теңдеуді шекті айырмашылық түріне келтірілген жеткілікті. Сонда кернеулердің мәндерін тізбектеп есептеп жеңіл анықтауға болады, күрделі математикалық интегралдау және дифференциялау тәсілдерін қолданбай. Осы екі әдіспен немесе дифференциалдық тепе-теңдік теңдеулерімен және пластикалық шарты біріктіріп жуықтап шешу және ШАӘ арқылы алынған нәтижелерінің айырмашылығы өте аз және 1-2 % аспайды. Сондықтан осы екі әдісті МҚӨ үрдістерінің күш-энергия параметрлерін анықтауда тең құқықты қолдануға болады.

Түйін сөздер: металдарды қысыммен өңдеу, шекті айырмашылық әдісі, дайындама, аспап, кернеулер, деформация.

Кіріспе

Металдарды қысыммен өңдеу (МҚӨ) үрдістерін әзірлеуде және талап етілетін қажет жабдықтарды таңдауда деформацияланатын дене аспаппен түйісетін бетінде күштерді немесе нормальді кернеулердің таралуын білу қажет. Осы кернеулердің қосындысын алып, толық күшін анықтап және келесі сипатамалары бойынша: престің номиналды күші, илемдеу станың қозғалтқыштарының қуаты және т.б. көрсеткіштері бойынша қажет жабдықтарды таңдауға болады.

Деформациялайтын күшін анықтау үшін МҚӨ теориясында кеңінен аналитикалық және тәжірибелік әдістерін қолданады. Бірінші теоретикалық жағдайда әсер ететін күштер деформацияланатын металмен түйісетін аспап бетінде нормальді және жанама кернеулерін таралуын орнатып анықтайды.

Міне осы аналитикалық ең кең таралған әдістерінің бірі дифференциалдық тепе-теңдік теңдеулерімен және пластикалық шарты біріктіріп жуықтап шешу әдісі болып табылады.

Бұл әдіс келесілерге негізделген:

1. кернеулі-деформациялық күйі жазық немесе оске симметриялы етіп қабылданады. Сонда теңдеулер санымен оның белгісіз мәндері қысқарады. Ол үшін күрделі пішінді денені деформациялауда оны шартты түрде элементарлы көлемдеріне бөледі, аймағында кернеулі-деформациялық күйін жазық немесе оске симметриялы етіп қабылданды.
2. Жазықтық есептердің дифференциалдық тепе-теңдік теңдеулері нормальді және жанама кернеулері екі координатасына тәуелді етіп қабылданады, нәтижесінде сәйкес екі дифференциалдық теңдеулері ғана қалады.

Бірақ осы қабылданған шарттар деформацияланатын дененің бойындағы кез келген нүктедегі кернеулерін анықтауға мүмкіндік бермейді, мысалы сырғу сызықтары әдісімен салыстырғанда. Сондықтан берілген әдіспен деформациялайтын аспап пен дененің түйіскен бетіндегі кернеулерді және осы мәндердің қосындысын алып талап ететін күшін анықтауға болады [1-2].

Негізгі бөлім

Енді алдымен дифференциалдық тепе-теңдік теңдеулерімен және пластикалық шарты біріктіріп жуықтап шешу әдісін ені 2b және биіктігі 2h тең, ал ұзындығы шексіз деп қабылдап алынған дайындаманың (жолақтың) екі кедір бұдыр плита арасында отрығызылғанда мысал ретінде қарастырып кетейік [1-2].

Жоғары келтірілген екінші шартына сәйкес σ_x және σ_y кернеулері z координатасынан тәуелсіз, дайындаманың биіктігі бойынша тұрақты және x координатасына ғана тәуелді етіп қабылдаймыз. Сонда дифференциалдық тепе-теңдік теңдеулерінің үшінші теңдеуі нөлге айналады, нәтижесінде теңделуер саны ықшамдалынып және белгісіз шамалары азаяды.

Жанама τ_{xy} кернеулері дайындаманың ені мен биіктігі бойынша ауыспалы және дене мен аспаптың түйісу бетіндегі τ_k мәніне жетеді. Осы τ_{xy} мәні түйісу бетінен қашықтағанда азаяды және отырғызу үрдісі симметриялығынан дайындаманың биіктігінің ортасында нөлге айналады. Сонда, τ_{xy} мәнің дайындаманың h биіктігіне орталығына салыстырмалы тәуелді етіп қабылдауға мүмкіндік береді немесе:

$$\tau_{xy}=\frac{\tau_k}{h}y.$$

Осы теңдеудің y бойынша туындысын алып бірінші дифференциалдық теңдеуіне қойсақ, нәтижесінде келесіні аламыз:

$$\frac{d\sigma_x}{dx}+\frac{\tau_k}{h}=0.$$

Енді осы дифференциалдық теңдеуді σ_x бойынша шешу үшін τ_k мәнін σ_x немесе x координатасы бойынша өрнектеу керек, x және σ_x тәуелсіз етіп қабылдап.

Ол үшін келесі шарттарды қарастырып кетейік:

1. Түйіскен бетіндегі үйкеліс кернеуі Амонтон заңына бағынады деп қабылдайық, онда $\tau_k=f\sigma_y$, мұнда τ_k және σ_y мәндерінің таңбалары бірдей.

Жазықтық деформациялық күйде пластикалық шартының теңдеуі келесі түрде жазылады:

$$\sigma_x-\sigma_y=\pm 2k\sqrt{1-\left(\frac{\tau_{xy}}{k}\right)^2}.$$

Сонда, нормальді кернеулерінің айырмашылығы жанама кернеуінен тәуелді екенін байқауға болады. Егер, τ_{xy} нормальді кернеулерінен тәуелсіз болса, онда нормальді кернеулерінің айырмашылығы тұрақты болады. Мысалы, τ_{xy} және τ_k нөлге тең болса, онда σ_x және σ_y кернеулері бас кернеулеріне айналады және пластикалық шарты келесі түрінде жазылады: $\sigma_x-\sigma_y=\pm 2k$. Егер, τ_{xy} мәні $\tau_k=k$ максималды мәнінен жетсе, онда $\sigma_x-\sigma_y=0$ болады. Сонда соңғы теңдеуді дифференциалдық түрінде жазуға болады: $d\sigma_x=d\sigma_y$.

Осы қатынасты дифференциалдық теңдеуіне қойсақ, нәтижесінде келесіні аламыз:

$$\frac{d\sigma_y}{dx}+\frac{f\sigma_y}{h}=0.$$

Ауыспалы мәндерін бөліп интегралын алған соң:

$$\ln\sigma_y=-\frac{f}{h}x+c, \text{ осыдан, } \sigma_y=c_1 e^{-\frac{fx}{h}}.$$

Мұндағы c_1 интегралдау тұрақтылығын келесі шекаралық шартынан анықтаймыз: $x=b$, $\sigma_y=-\beta\sigma_т=-\sigma_T^*$. осыдан,

$$c_1=-\sigma_T^* e^{\frac{fb}{h}} \text{ және } \sigma_y=-\sigma_T^* e^{\frac{f(b-x)}{h}}, \text{ сәйкесінше жанама кернеуі:}$$

$$\tau_k=f\sigma_y=-f\sigma_T^* e^{\frac{f(b-x)}{h}}.$$

Осы алынған теңдеулері бойынша σ_yжәне τ_k кернеулерінің таралу эпюрасын тұрғызуға болады және түйіскен бетіндегі нормальді кернеулерінің қосындысын алып, дайындаманың бірлік ұзындығына толық күшін анықтауға болады немесе:

$$P=2\int_0^b \sigma_y dx=2\sigma_T^*\int_0^b e^{-\frac{f(b-x)}{h}}dx=\sigma_T^*\frac{2h}{f}\left(e^{\frac{fb}{h}}-1\right).$$

Толық P күшін 2b түйісу ауданына бөліп меншікті p күшін анықтаймыз:

$$p=\frac{P}{2b}=\sigma_T^*\frac{h}{fb}\left(e^{\frac{fb}{h}}-1\right).$$

Осы алынған теңдеуді талдасақ түйісу кернеулері дайындаманын шетінен бастап орталығына қарай көрсеткіштер қисығы бойынша өзгеруін және жанама кернеулері $0{,}5\sigma_T^*$ мәнінен асып кетпеуін байқауға болады.

Нормальді кернеулер, толық және меншікті күштер материалдың тегінен, физикалық күйінен немесе температура, деформация дәрежесі мен жылдамдығынан және $\frac{fb}{h}$ параметрінен тәуелді. Соңғы параметр кернеулі күйінің әсерін көрсетеді және дайындаманың өлшемдерінің қатынасымен, үйкеліс коэффициентінен байланысты. Дайындаманың үйкеліс коэффициенті мен өлшемдерінің қатынасы неғұрлым көп болса, соғұрлым меншікті және толық күші көп болады.

2. Дәл осылай Зибель шартын ($\tau_k=-f\sigma_T^*$) және түйіскен жанама кернеулері $\tau_к$ дайындаманың түйісу бетіндегі ортылығын сызықты заңы бойынша кесіп өтеді деп қабылдап сәйкес теңдеулерін алып нормальді және жанама кернеулерінің эпюрасын салып толық және меншікті күштерін анықтауға болады.

Сонымен, дайындаманың түйіскен бетіндегі нормальді кернеулерін таралуын орнатып дайындаманы отырғызу кезінде толық күшін анықтауға болады.

Осы әдістен басқадай әдістерін қолдануға болады, мысалы сырғу сызықтары, жұмыс әдісі және т.б. осылардың ішінде тағы бір өте тиімді ыңғайлы әдісіне тоқтап кетейік.

Шекті айырмашылық әдісі

Енді жоғарғы келтірілген дифференциалдық тепе-теңдік әдісін шекті айырмашылық әдісі арқылы шешімін алайық.

Осы ШАӘ әдісі арқылы дифференциалдық теңдеулерін айырмашылық қатынастары арқылы келтіруге мүмкіндік береді. Мысалы, f(x) функциясы берілген деп қабылдайық. Егер, тіркелген аргумент өсімшесінің мәнің Δx етіп қабылдасақ, онда $\Delta f(x)$ функциясының өсімшесі аргумент Δx мәніне өзгергенде келесі түрінде жазылады:

$$\Delta f(x) = f(x+\Delta x) - f(x).$$

Міне осы $\Delta f(x)$ мәні f(x) функцияның бірінші бірінші шекті айырмашылығы болып табылады. Осыған сәйкес n тәртібі бойынша шекті айырмашылығын жазуға болады:

$$\Delta^n f(x) = \Delta(\Delta^{n-1} f(x)),\ \text{мұнда } n \geq 2.$$

Егер, екінші шекті айырмашылығын жазсақ, онда:

$\Delta^2 f(x)=\Delta[f(x+\Delta x)-f(x)]=[f(x+2\Delta x)-f(x+\Delta x)-[f(x+\Delta x)-f(x)]=f(x+2\Delta x)-2f(x+\Delta x)+f(x).$

Сонда, n тәртібінің $\Delta^n f(x)/dx^n$ туындысын шекті айырмашылық арқылы жуықтап келесі түрінде өрнектеуге болады:

$$\frac{d^n}{dx^n} f(x) \approx \frac{\Delta^n f(x)}{(\Delta x)^n}.$$

Осыдан бірінші және екінші туындысын жаза аламыз:

$$\frac{df(x)}{dx} \approx \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x};$$

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = \frac{f(x+2\Delta x)-2f(x+\Delta x)+f(x)}{(\Delta x)^2}.$$

Енді осы әдісті жоғары мысал ретінде келтірілген отырғызу үрдісіне пайдаланып нормальді σ_y кернеуінің таралуын анықтау үшін қолданып және Амонтон заңынын негізі бойынша дифференциалдық теңдеуінің шешімін алып көрейік:

$$\frac{d\sigma_y}{dx} + \frac{\tau_к}{h} = 0,\ \text{мұнда } \tau_к = f\sigma_y.$$

Ол үшін дайындаманың енін n тең бөліктеріне бөліп және әрбір аралықты (интервалды) s арқылы белгілейік, мұнда $s=\frac{b}{n}$ тең, ал дифференциалдық теңдеуді шекті айырмашылық түрінде келтіруге болады:

$$\left(\frac{d\sigma_y}{dx}\right)_i = \frac{\sigma_{yi}-\sigma_{y(i-1)}}{s} = -\frac{f}{h}\sigma_{yi},$$

мұнда σ_{yi} -қарастырылған і нүктесіндегі нормальді кернеуінің мәні. Нәтижесінде дифференциалдық теңдеуді алгебралық жүйесіне келтіріп жазуға болады:

Мысалы берілген отырғызу үрдісінде n=3, $s=\frac{b}{n}$ қабылдайық, мұнда b-дайындаманың ені сонда алгебралық теңдеу жүйесін келесі түрінде жазуға болады:

$$\begin{cases} \frac{3}{b}(\sigma_{y3}-\sigma_{y2}) = -\frac{f}{h}\sigma_{y3}; \\ \frac{3}{b}(\sigma_{y2}-\sigma_{y1}) = -\frac{f}{h}\sigma_{y2}; \\ \frac{3}{b}(\sigma_{y1}-\sigma_{y0}) = -\frac{f}{h}\sigma_{y1}. \end{cases}$$

Міне осы жүйеден жоғары келтірілген дифференциалдық теңдеуінің ең қарапайым шешімін алуын байқауға болады. Шекаралық шартынан немесе дайындаманың шетіңде $\sigma_{y3}=-\sigma_T^*$ қабылдап келтірілген жүйенің бірінші теңдеуінен σ_{y2} мәнің анықтай аламыз.

Мысалы, b=h=30 мм, f=0,3, σ_T^*=-20МПа қабылдайық, сонда жоғары келтірілген алгебралық теңдеулер жүйесінің бірінші теңдеуінен σ_{y2} = -22МПа тең болады. Жүйенің екінші теңдеуінен σ_{y1} = -24,2 МПа мәнін, ал соңғы үшінші теңдеуден σ_{y0} = -26,6 МПа шамасын анықтаймыз.

Енді осы алынған нәтижелерді жоғары келтірілген Е.Унксов формуласы арқылы есептеп салыстырып көрейік:

x=0, болғанда, $\sigma_y=-\sigma_T^* e^{\frac{f(b-0)}{h}}$ = -26,99≈-27МПа;

x=10 мм, болғанда, $\sigma_y=-\sigma_T^* e^{\frac{f(b-10)}{h}}$ = -24,4 МПа;

x=20 мм, болғанда, $\sigma_y=-\sigma_T^* e^{\frac{f(b-20)}{h}}$ = -22,1≈22 МПа;

x=30 мм, болғанда, $\sigma_y=-\sigma_T^* e^{\frac{f(b-30)}{h}}$ = -20МПа.

Дәл осылай тізбектеп Зибель заңы орын алғанда немесе $\tau_к = -f\sigma_T^*$ берілгенде және $\tau_к$ мәні орталықтан сызықты өткен жағдайында шекті айырмашылық жүйесін құрып нормальді кернеулерінің таралуын анықтауға болады. Егер узель арасындағы (і нүктелер арасындағы) аралықты азайтсақ, онда дәлдігі көбейеді және екі әдіспен алынған нәтижелерінің айырмашылығы мәнді азаяды.

Сонымен, шекті айырмашылық әдісімен және Е.Унксов формулаларымен алынған нормальді кернеулерінің айырмашылығы өте аз немесе 1-2 % аспайды, сондықтан отырғызу және т.б МҚӨ үрдістерінде күш-энергия параметрлерін анықтауда осы әдісті қолданған өте ықшамды және ыңғайлы болады деп есептеп және меншікті, толық күштерін анықтауда осы екі әдіс тең құқықты деуге болады және басқадай [3-4] МҚӨ үрдістерінде күш-энергия параметрлерін анықтауда қолдануға болады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Теория обработки металлов давлением: учебник для вузов / В.А. Голенков, С.П. Яковлев, С.А. Головин, С.С. Яковлев, В.Д. Кухарь; под ред. В.А. Голенкова, С.П. Яковлева. – М.: Машиностроение, 2009. – 442 с.: ил.

2. Теория пластичности. Аркулис Г.Э., Дорогобид В.Г. Учебное пособие для вузов. М.: Металлургия. 1987.352с.

3. Ашкеев Ж.А., Андреященко В.А., Абишкенов М.Ж., Буканов Ж.У. Определение напряженного состояния и усилия деформации шарообразных заготовок в закрытой матрице / Вестник ПНИПУ. Механика ***4*** (2021) 5–12

4. Ашкеев Ж.А., Андреященко В.А., Абдираманов С.Т. Исследование процесса закрытой штамповки, реализующей интенсивные пластические деформации // Обработка материалов давлением. – 2018. – № 1. – С. 88–92.

Ж.А.Ашкеев, Н.Ж. Аманжолов

Применение метода конечных разностей для определения энерго-силовых параметров в обработке металлов давлением

В статье приведены результаты, полученных методом конечных разностей (МКР) для определения распределения контактных напряжений на поверхности полосы и деформируемого инструмента при обработке металлов давлением (ОМД), в частности осадке заготовок и выборе необходимого оборудования. Помимо использования метода совместного решения дифференциальных уравнений равновесия и условия пластичности для определения контактных напряжений при осадке полосы, использован МКР, как альтернативное решение. Для решения дифференциальных уравнений МКР достаточно привести уравнение в конечно-разностный ряд. Таким образом появляется возможность последовательно и легко определить распределение контактных напряжений не прибегая к сложным математическим действиям, как интегрирование и дифференцирование. Расчёты полученные двумя методами, т.е. совместным решением дифференциальных уравнений равновесия и условия пластичности и МКР не превышает 1-2%. Поэтому использования двух методов при определений энергосиловых параметров при ОМД можно считать равноправными.

Ключевые слова: обработка металлов давлением, метод конечных разностей, заготовка, инструмент, напряжения, деформация.

Zh.A. Ashkeyev, N. Zh.Amanzholov

Application of the finite difference method for determining energy and power parameters in metal pressure treatment

The article discusses the use of the limit Difference Method to determine the distribution of normal stresses on the joint surface of the deformable body and the selection of the required equipment in the development of processes for pressure processing of metals and the selection of the required equipment. In determining the distribution of normal stresses during the planting process, he used the method of marginal difference (SHP), including differential equilibrium equations and the method of solving the plastic condition in combination with an approximate solution. When solving differential equations using the limit difference method, it is enough to bring the equation to the limit difference type. Then the values of the voltages can be easily determined by calculating them in series, without using complex mathematical methods of integration and differentiation. The difference in the results obtained by these two methods or by solving approximations in combination with differential equilibrium equations and the plasticity condition and the ICA is very small and does not exceed 1-2%. Therefore, these two methods can be used equally in determining the strength and energy parameters of PPP processes.

Keywords: pressure processing of metals, limit difference method, workpiece, tool, stresses, deformation.

References

1. Theory of metalworking by pressure: a textbook for universities / V.A. Golenkov, S.P. Yakovlev, S.A. Golovin, S.S. Yakovlev, V.D. Kukhar; edited by V.A. Golenkov, S.P. Yakovlev. – M.: Mashinostroenie, 2009. – 442 p.: ill.

2. Theory of plasticity. Arkulis G.E., Dorogobid V.G. A textbook for universities. Moscow: Metallurgiya. 1987.352p

3. Ashkeev Zh.A., Andreyashchenko V.A., Abishkenov M.Zh., Bukanov Zh.U. Determination of the stress state and strain force of spherical workpieces in a closed matrix / Bulletin of PNRPU. Mechanics 4 (2021) 5-12

4. Ashkeev Zh.A., Andreyashchenko V.A., Abdiramanov S.T. Investigation of the closed stamping process that implements intense plastic deformations // Pressure treatment of materials. – 2018. – No. 1. – pp. 88-92.